Fiche technique **14** **Les fonctions**

http://url.univ-irem.fr/ft33

QR Code

GeoGebra se comporte comme un excellent grapheur : de nombreuses manipulations sur les fonctions et leur courbe représentative sont rendues possibles par le logiciel.

Nous n'aborderons pas, dans cette fiche, les manipulations liées à la vue ***Graphique*** (modification du repère, graduation des axes, affichage et paramétrage de la grille, ...). Celles-ci sont décrites dans la fiche technique **La vue graphique**, page 425.

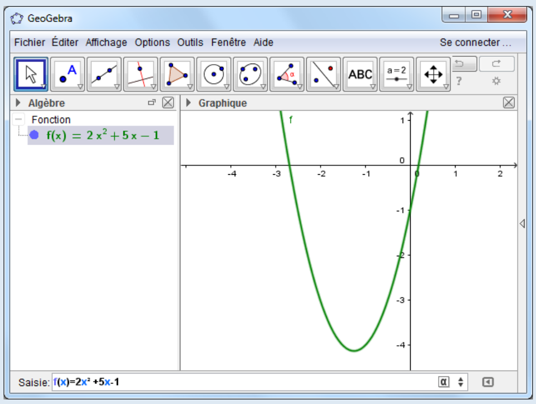
1 Définir une fonction

Pour définir une fonction et obtenir sa courbe représentative dans GeoGebra :

Méthode

- Positionner le curseur dans le champ de saisie.
- Inscrire, par exemple : `f(x)=2x^2+5x-1`.

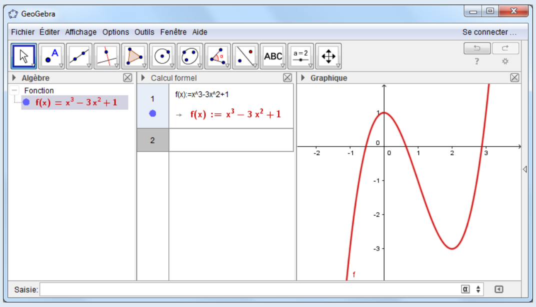
- Valider en appuyant sur la touche ↵ .



Une fonction peut aussi être définie depuis la vue ***Calcul formel*** à condition d'utiliser l'opérateur d'affectation « := » à la place de « = » :

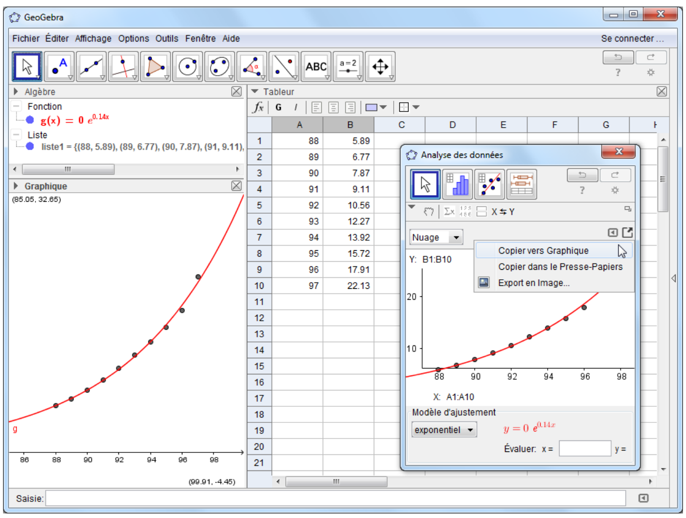
Méthode

- Ouvrir la vue ***Calcul formel***.
- Positionner le curseur sur une ligne vierge.
- Inscrire, par exemple : `f(x):=x^3-3x^2+1`.
- Valider en appuyant sur la touche .



Remarque :

- Par défaut, dans GeoGebra, toute fonction est définie sur le plus grand domaine de définition possible.
- Dans le champ de saisie, on peut se contenter d'inscrire l'expression algébrique d'une fonction sans la nommer. GeoGebra attribue alors automatiquement un nom à la fonction dès la validation après appui sur la touche .
- Les fonctions ainsi définies sont considérées comme des objets libres par GeoGebra dans le sens où l'utilisateur a la possibilité de déplacer librement la courbe dans le vue ***Graphique*** à l'aide de l'outil . L'expression algébrique de la fonction est alors modifiée en conséquence dans la vue ***Algèbre***.
- GeoGebra différencie une fonction de sa courbe représentative. Par exemple, saisir `y=2x^2+5x-1` construit la courbe représentative de la fonction, mais ne définit pas la fonction (le logiciel considère que l'utilisateur a voulu construire une parabole et non une fonction).
- La liste des fonctions mathématiques prédéfinies dans GeoGebra est disponible en annexe, page 751. On peut également se servir de fonctions antérieurement définies par l'utilisateur pour définir une nouvelle fonction.
- Il est bien entendu possible de créer des fonctions dont l'expression dépend d'un ou plusieurs paramètres et dont les valeurs sont pilotables par des curseurs.
- Une fonction peut aussi être définie depuis la vue ***Analyse de données*** lors de l'utilisation de l'outil ***Statistiques à deux variables*** : en effet, lorsque l'on copie dans la vue ***Graphique*** le modèle d'ajustement associé à un nuage de points, GeoGebra crée une fonction et affiche sa courbe représentative.



commission inter IREM TICE

2 Des fonctions particulières

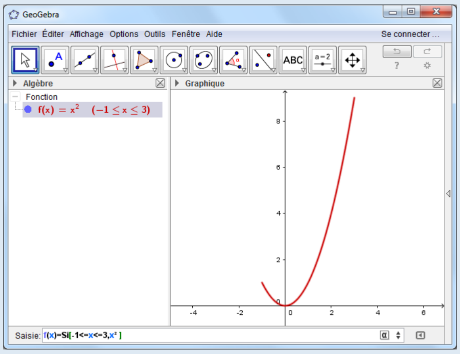
GeoGebra permet de définir des fonctions restreintes à un intervalle à l'aide de la commande **Si** (voir la fiche technique **Les valeurs booléennes**, page 593 pour la syntaxe de cette commande).

Pour définir la fonction $f : x \longmapsto x^2$ sur $[-1;3]$:

Méthode

- Positionner le curseur dans le champ de saisie.
- Inscrire : `f(x)=Si[-1<=x<=3,x²]`.

  Saisie: f(x)=Si[-1<=x<=3,x²]
- Valider en appuyant sur la touche .



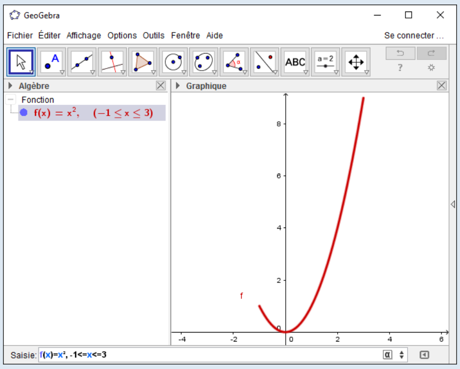
Une syntaxe alternative existe et permet d'éviter de recourir à l'utilisation de la commande **Si** :

Méthode

- Positionner le curseur dans le champ de saisie.
- Inscrire : `f(x)=x², -1<=x<=3`.

  Saisie: f(x)=x², -1<=x<=3

  L'utilisation de la virgule permet de séparer l'expression algébrique de la fonction de son domaine de définition.
- Valider en appuyant sur la touche .



Autres exemples :

Exemple(s)

- ✎ `f(x)=Si[x>3,x²]` définit $f : x \longmapsto x^2$ sur $]3;+\infty[$.
- ✎ `f(x)=3x-5, -2<x<7` définit $f : x \longmapsto 3x-5$ sur $]-2;7[$.
- ✎ `f(x)=Si[x<=1||x>3,x²]` définit $f : x \longmapsto x^2$ sur $]-\infty;1]\cup]3;+\infty[$.
- ✎ `f(x)=x², 0<x<1||x>3` définit $f : x \longmapsto x^2$ sur $]0;1[\cup]3;+\infty[$.

Remarque :

- Les fonctions définies à l'aide de la commande **Si** sont consistantes avec les ensembles de définitions de leurs fonctions associées, $x \longmapsto f(x+k)$ en particulier.
- La tentative de calcul de l'image d'un nombre par une fonction, hors du domaine de définition de celle-ci, n'engendre pas d'erreur mais aboutit à la création d'une variable numérique non définie.
- Les fonctions définies à l'aide de la commande **Si** sont des objets libres : le déplacement de la courbe représentative dans la vue ***Graphique*** entraîne la redéfinition algébrique de la fonction (l'amplitude de l'intervalle de définition reste la même).

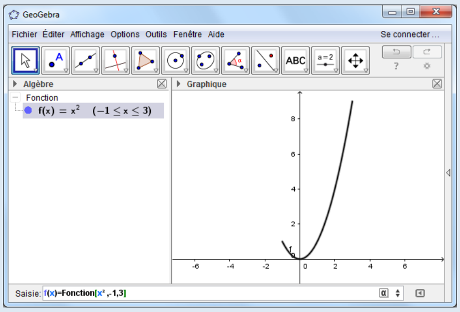
La commande `Fonction[<fonction>,<minimum>,<maximum>]` permet d'afficher la courbe représentative d'une fonction `<fonction>` sur l'intervalle [`<minimum>` ; `<maximum>`].

Méthode

- Positionner le curseur dans le champ de saisie.
- Inscrire : `f(x)=Fonction[x`^{2}`,-1,3]`.

Saisie: f(x)=Fonction[x² ,-1,3]

- Valider en appuyant sur la touche ⏎ .



Remarque :

- GeoGebra « traduit » automatiquement une commande `Fonction` en une commande `Si`. Ainsi, `f(x)=Fonction[x`^{2}`,-1,3]` devient `f(x)=Si[-1`$\leqslant$`x`$\leqslant$`3,x`^{2}`]`.
- Les objets créés avec la commande `Fonction` ne sont pas des objets libres.

GeoGebra permet de définir des fonctions par morceaux en utilisant la commande `Si` et en imbriquant éventuellement plusieurs de ces commandes.

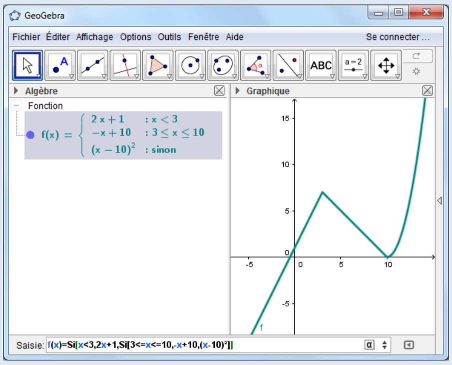
Pour définir la fonction $f : x \longmapsto \begin{cases} 2x+1 & \text{Si } x<3 \\ -x+10 & \text{Si } 3 \leqslant x \leqslant 10 \\ (x-10)^2 & \text{Si } x>10 \end{cases}$:

Méthode

- Positionner le curseur dans le champ de saisie.
- Inscrire :
`f(x)=Si[x<3,2x+1,Si[3<=x<=10,-x+10,(x-10)`^{2}`]]`.

Saisie: f(x)=Si[x<3,2x+1,Si[3<=x<=10,-x+10,(x-10)²]]

- Valider en appuyant sur la touche ⏎ .



Afin d'éviter d'imbriquer des commandes `Si`, on peut utiliser une syntaxe spécifique aux fonctions de la commande `Si`.

`Si[<domaine 1>,<fonction 1>,<domaine 2>,<fonction 2>,...,<sinon>]` permet de définir une fonction égale à `<fonction 1>` sur le domaine `<domaine 1>`, à `<fonction 2>` sur le domaine `<domaine 2>`, ...

Le dernier paramètre (optionnel) `<sinon>` permet de définir la fonction pour toutes les valeurs hors de `<domaine 1>`, `<domaine 2>`, ...

Exemple(s)

✎ `Si[x<3,2x+1,3<=x<=10,-x+10,(x-10)`^{2}`]` définit la fonction

$$x \longmapsto \begin{cases} 2x+1 & \text{Si } x<3 \\ -x+10 & \text{Si } 3 \leqslant x \leqslant 10 \\ (x-10)^2 & \text{Si } x>10 \end{cases}$$

✎ `Si[x<=0,x,x^2]` définit la fonction

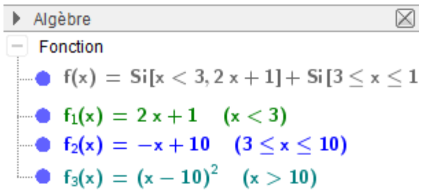
$$x \longmapsto \begin{cases} x & \text{Si } x \leqslant 0 \\ x^2 & \text{Si } x > 0 \end{cases}$$

✎ `Si[-1<x<1,3x-2,1<=x<3,x^2]` définit la fonction

$$x \longmapsto \begin{cases} 3x-2 & \text{Si } -1 < x < 1 \\ x^2 & \text{Si } 1 \leqslant x < 3 \end{cases}$$

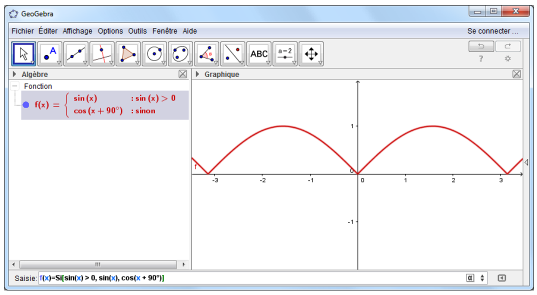
Remarque : Au lieu d'utiliser la commande **Si**, on peut parfois préférer définir plusieurs fonctions distinctes sur chaque intervalle puis une fonction égale à leur somme.

```
f_1(x)=Si[x<3,2x+1]
f_2(x)=Si[3<=x<=10,-x+10]
f_3(x)=Si[x>10,(x-10)^2]
f(x)=f_1(x)+f_2(x)+f_3(x)
```



Remarque : La commande **Si** propose une syntaxe très souple, et il est, par exemple, simple de définir une fonction à partir d'une autre et qui ne prend que les valeurs positives de cette dernière. Si f est une fonction donnée, on obtient la fonction g telle que $g(x) = f(x)$ lorsque $f(x) \geqslant 0$ en écrivant : `g(x)=Si[f>=0,f(x)]`.
De la même façon, il est possible de mettre en valeur la partie d'une courbe située au-dessus d'une autre en écrivant, par exemple : `h(x)=Si[f>g,f(x)]`.
On peut aussi définir des fonctions ainsi :

```
f(x)=Si[sin(x) > 0, sin(x), cos(x + 90°)]
```

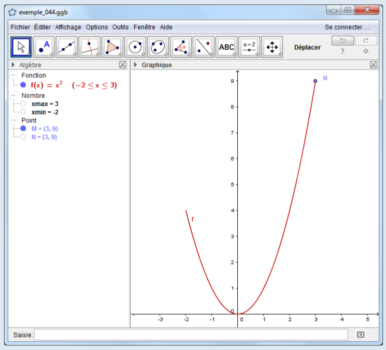


Placer un point libre sur la représentation graphique d'une fonction définie par morceaux à l'aide de la commande **Si** peut s'avérer délicat dans la mesure où GeoGebra permet de déplacer le point hors du domaine de définition de la fonction. Celui-ci devient alors non défini (et, par conséquent, est rendu invisible), et, au cas où l'utilisateur relâche le bouton gauche de la souris après déplacement du point hors de la courbe représentative de la fonction, la seule possibilité pour le rendre de nouveau visible consiste à demander le recalcul des objets de la figure par le menu Affichage ▶ Recalculer tout .

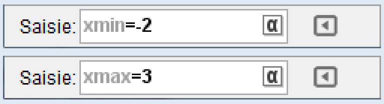
Pour contourner le problème et faire en sorte qu'un point libre, placé sur la représentation graphique d'une fonction f, soit « bloqué » aux extrémités de la courbe représentative de f, on peut recourir aux scripts et employer la méthode suivante.

Méthode

On cherche à placer un point M libre sur la courbe représentative de la fonction f définie par $f(x) = x^2$ pour $-2 \leqslant x \leqslant 3$.



- Pour créer deux variables numériques `xmin` et `xmax` égales aux bornes de l'intervalle de définition de la fonction f, inscrire, dans le champ de saisie : `xmin=-2`, puis, `xmax=3`.



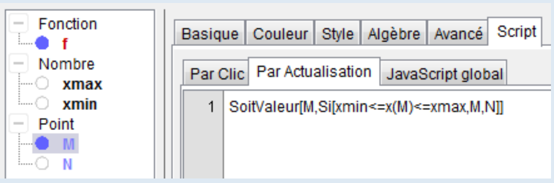
- Pour créer la fonction f, inscrire, dans le champ de saisie : `f(x)=Si[xmin<=x<=xmax,x²]`.

- À l'aide de l'outil, placer un point M sur la courbe représentative de la fonction f.
- Dans le champ de saisie, inscrire :

```
N=PointPlusProche[{(xmin, f(xmin)),(xmax, f(xmax))},M]
```

  Cette commande permet de créer un point N dont la position varie entre l'une ou l'autre des extrémités de la courbe, en fonction de la position du point M.
- Cacher le point N.
- Pour bloquer le point M aux extrémités de la courbe :
  - ouvrir le panneau des propriétés du point M ;
  - dans l'onglet ***Script***, onglet ***Par actualisation***, inscrire :

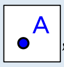
```
SoitValeur[M,Si[xmin<=x(M)<=xmax
    ,M,N]]
```



  - valider en cliquant sur le bouton OK.

  De cette manière, lorsque l'abscisse de M, `x(M)`, est comprise entre `xmin` et `xmax`, le point M n'est pas affecté par le script, sinon, il se voit contraint de prendre la position du point N.

Ouvrir le fichier exemple



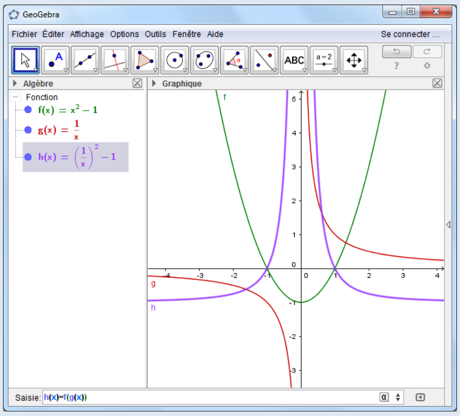
Il est facile de composer des fonctions avec GeoGebra. Par exemple, pour obtenir la fonction $h = f \circ g$ à partir de deux fonctions f et g préalablement définies :

Méthode

- Positionner le curseur dans le champ de saisie.
- Inscrire : `h(x)=f(g(x))`.

Saisie: h(x)=f(g(x))

- Valider en appuyant sur la touche ⏎ .



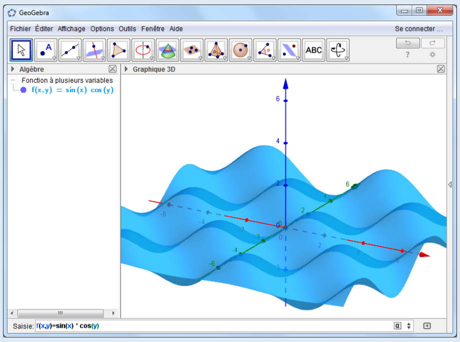
GeoGebra permet de définir des fonctions de deux variables.

Méthode

- Positionner le curseur dans le champ de saisie.
- Inscrire : `f(x,y)=sin(x)*cos(y)`.

Saisie: f(x,y)=sin(x)*cos(y)

- Valider en appuyant sur la touche ⏎ .



Remarque : La surface représentative d'une fonction à deux variables n'apparaît que dans la vue ***Graphique 3D***. Pour autant, une fonction à deux variables peut être utilisée pour effectuer des calculs d'images par exemple, ou dans le cas d'étude de fonctions paramétrées comme $f(x,m) = m \times x^2 + x + 1$.

3 Fonctions définies par contraintes

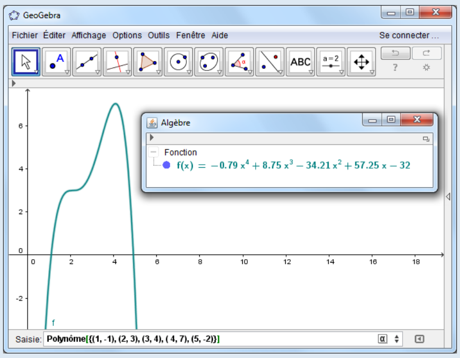
La fonction `Polynôme[<liste de points>]` permet d'obtenir la fonction polynôme de Lagrange dont la courbe représentative passe par les points d'une liste `<liste>` choisie.

Méthode

- Positionner le curseur dans le champ de saisie.
- Inscrire : `Polynôme[{(1, -1), (2, 3), (3, 4), ( 4, 7), (5, -2)}]`.

Saisie: Polynôme[{(1, -1), (2, 3), (3, 4), (4, 7), (5, -2)}]

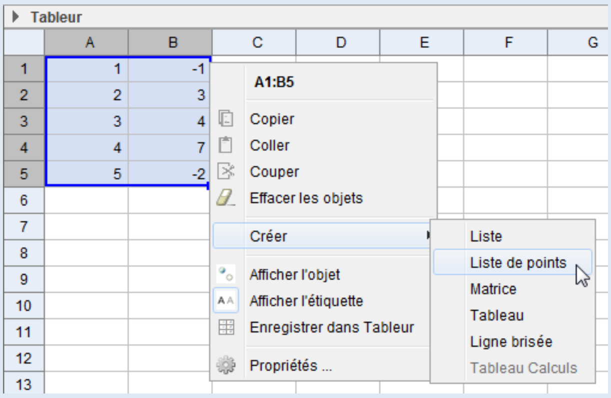
- Valider en appuyant sur la touche ⏎ .



On peut également saisir ces points dans le tableur :

Méthode

- Utiliser la commande Affichage ▶ Tableur pour afficher la vue ***Tableur***.
- Saisir les abscisses dans une colonne.
- Saisir les ordonnées dans la colonne immédiatement à sa droite.
- Sélectionner la plage de cellules contenant la liste des valeurs et effectuer un clic avec le bouton droit de la souris pour faire apparaître le menu contextuel.



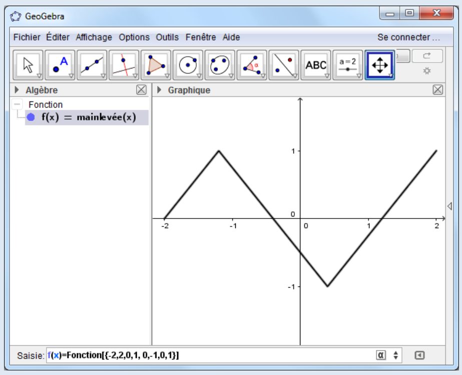
- Dans le menu contextuel, choisir Créer ▶ Liste de points .
- En supposant que la liste créée est nommée `liste1`, positionner alors le curseur dans le champ de saisie et inscrire : `Polynôme[liste1]`.

La commande `Fonction[<liste de points>]` permet également de définir une fonction point par point de type « fonction à main levée ». Les deux premières valeurs de la liste définissent les bornes de l'ensemble de définition de la fonction et les autres valeurs correspondent aux images prises par la fonction lorsque l'ensemble de définition est divisé à intervalles réguliers.

Méthode

- Positionner le curseur dans le champ de saisie.
- Inscrire, par exemple : `f(x)=Fonction[{-2,2,0,1, 0,-1,0,1}]` .

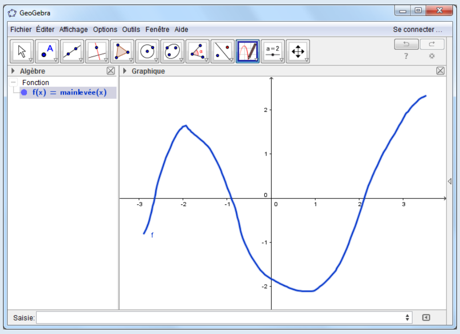
- Valider en appuyant sur la touche pour créer une fonction en dents de scie définie sur l'intervalle $[-2;2]$.



Il est possible de créer une courbe à main levée. Cette courbe génère une fonction à laquelle on peut appliquer certaines manipulations (calcul d'images, inspecteur de fonction, calcul d'intégrales).

Méthode

- Cliquer sur l'icône .
- À la souris, dessiner une courbe potentiellement représentative d'une fonction.



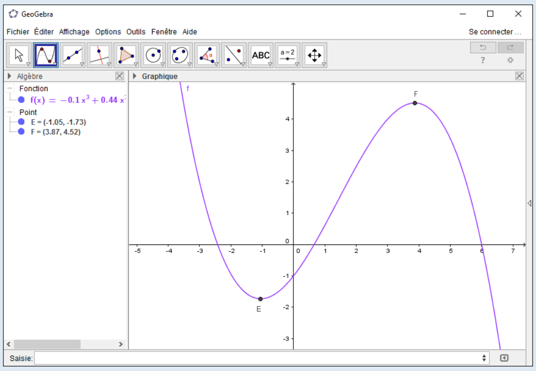
4 Extrema locaux d'une fonction

GeoGebra permet de déterminer (numériquement) les éventuels extrema locaux d'une fonction préalablement définie.

Méthode

La fonction f est définie par l'utilisateur.

- Cliquer sur l'icône .
- Sélectionner la courbe représentative de la fonction f.
- GeoGebra crée alors de nouveaux points sur la courbe représentative de la fonction f dont les abscisses sont des extrema locaux de la fonction f.



Remarque :

- Si la fonction est polynomiale, GeoGebra détermine tous les extrema locaux. Dans le cas contraire, seuls les extrema locaux situés entre les bornes inférieures et supérieures de la vue ***Graphique*** sont créés.
- Il est recommandé d'utiliser cet outil avec des fonctions continues sinon des extrema erronés pourraient être calculés près des discontinuités.

La commande `Extremum[<fonction>,<borne inférieure>,<borne supérieure>]` permet de déterminer numériquement les extrema locaux d'une fonction continue `<fonction>` sur l'intervalle ouvert défini par les bornes `<borne inférieure>` et `<borne supérieure>`.

Si la fonction est de type polynomial, la syntaxe `Extremum[<fonction>]` permet de trouver tous les extrema locaux.

Exemple(s)

✎ `Extremum[x^2-2x+1]` retourne le point de coordonnées $(1;0)$.

✎ `Extremum[x^3-6x^2+1]` retourne les points de coordonnées $(0;1)$ et $(4;-31)$.

✎ `Extremum[x^3-6x^2+1,2,10]` retourne seulement le point de coordonnées $(4;-31)$.

✎ `Extremum[exp(x)/x,0.5,2]` retourne le point de coordonnées $(1;2,718)$.

Remarque :

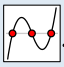
- L'ensemble des points créés par l'utilisation de la commande **Extremum** peut être retourné par le logiciel sous forme de liste. Il suffit, pour cela, d'encadrer la commande par des accolades.
  Ainsi, par exemple, la commande {**Extremum**[x^3-6x^2+1]} renvoie la liste $\{(0;1),(4;-31)\}$.
- Au sein de la vue ***Calcul formel***, la commande **Extremum** renvoie une liste de points (il n'est pas nécessaire d'encadre la commande par des accolades).

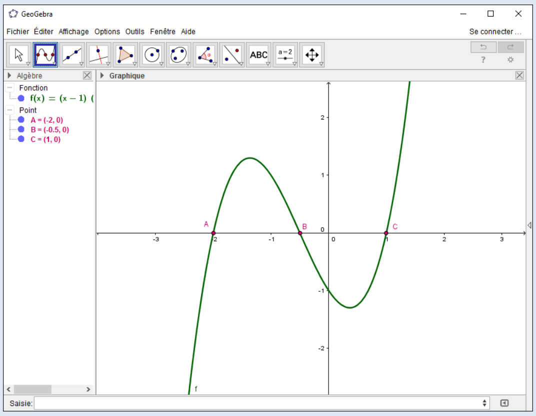
5 Zéros d'une fonction

Dans GeoGebra, différentes méthodes peuvent être mises en œuvre pour déterminer les éventuels zéros d'une fonction.

Méthode

La fonction f est définie par l'utilisateur.

- Cliquer sur l'icône .
- Sélectionner la courbe représentative de la fonction f.
- GeoGebra crée alors de nouveaux points sur la courbe représentative de la fonction f dont les abscisses sont des zéros de la fonction f.



Remarque :

Si la fonction est polynomiale, GeoGebra détermine toutes les racines. Dans le cas contraire, seuls les zéros de la fonction situés entre les bornes inférieures et supérieures de la vue ***Graphique*** sont créés.

La commande **Racine**[<fonction>,<borne inférieure>,<borne supérieure>] permet de déterminer numériquement un zéro d'une fonction <fonction> sur l'intervalle fermé défini par les bornes <borne inférieure> et <borne supérieure>.

On peut également utiliser la syntaxe **Racine**[<fonction>,<valeur initiale>] pour déterminer le premier zéro de la fonction le plus proche de <valeur initiale>.

Si la fonction est de type polynomial, la syntaxe **Racine**[<fonction>] permet de déterminer toutes les racines (réelles) du polynôme.

Exemple(s)

✎ **Racine**[(x-3)(x+2)] retourne les points de coordonnées $(3;0)$ et $(-2;0)$.

✎ **Racine**[(x-3)(x+2),-1] retourne seulement le point de coordonnées $(-2;0)$.

✎ **Racine**[(x-3)(x+2),2] retourne seulement le point de coordonnées $(3;0)$.

✎ **Racine**[(x-3)(x+2),-3,-1] retourne seulement le point de coordonnées $(-2;0)$.

✎ **Racine**[(x-3)(x+2),-5,5] retourne un point non défini car la fonction possède plus d'un zéro sur l'intervalle.

Comme il vient d'être vu, la commande **Racine** ne permet d'obtenir qu'un seul zéro à la fois (excepté pour les fonctions polynomiales).Pour déterminer tous les zéros d'une fonction sur un intervalle donné, il convient d'utiliser la commande **Racines**[<fonction>,<borne inférieure>,<borne supérieure>].

Exemple(s)

✎ `Racines[cos(x),0,6]` retourne les points de coordonnées (1,571;0) et (4,712;0).

✎ `Racines[ln(x),0,2]` retourne le points de coordonnées (1;0).

Remarque :

- En plaçant la commande `Racines` entre accolades, GeoGebra renvoie une liste de points. Par exemple, la commande `{Racines[cos(x),0,6]}` renvoie la liste {(1,571;0),(4,712;0)}.
- Il est préférable d'utiliser la commande `Racines` avec une fonction continue pour que tous les zéros soient trouvés ou pour ne pas obtenir de résultat erroné.

La commande `RacineComplexe[<polynôme>]` permet de déterminer les racines complexes d'un polynôme à coefficients réels et retourne des points dont les affixes sont les racines du polynôme fourni en argument (les racines réelles sont retournées en tant que nombres complexes de partie imaginaire nulle).

Exemple(s)

✎ `RacineComplexe[x`^{2}`+1]` retourne les points d'affixes $0+i$ et $0-i$.

✎ `RacineComplexe[x^3+x]` retourne le points d'affixes $0+0i$, $0+i$ et $0-i$.

Remarque :

Les commandes précédemment étudiées utilisent des algorithmes numériques pour tenter de déterminer les zéros d'une fonction. En cas de besoin, le passage à la vue ***Calcul formel*** et à l'utilisation de commandes telles que `Résoudre`, `CRésoudre` ou encore `Solutions` peut permettre d'obtenir une précision accrue et étend le champ des possibilités.

6 Dérivées et primitives

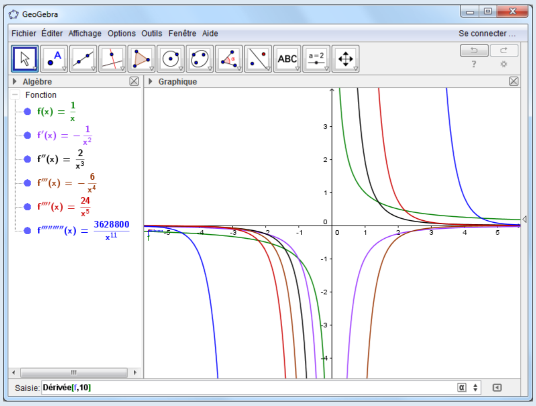
Dans GeoGebra, il se révèle particulièrement simple d'obtenir la dérivée, à tout ordre, d'une fonction suivant la variable x.

Méthode

La fonction f est définie par l'utilisateur.

- Positionner le curseur dans le champ de saisie.
- Pour obtenir la dérivée première de f, inscrire : `f'(x)` et valider en appuyant sur la touche ↵.

- Pour obtenir la dérivée seconde de f, inscrire : `f''(x)` et valider en appuyant sur la touche ↵.



- Pour obtenir la dérivée d'ordre 3 de f, inscrire : `f'''(x)` et valider en appuyant sur la touche ↵.
- ...
- Pour obtenir la dérivée d'ordre 10 de f, inscrire : `Dérivée[f,10]` et valider en appuyant sur la touche ↵.

La commande `Dérivée[<fonction>,<ordre>]` permet d'obtenir la dérivée d'ordre `<ordre>` d'une fonction `<fonction>`. Pour la dérivée première, on peut se contenter de la syntaxe `Dérivée[<fonction>]`.

La commande `Dérivée` peut également s'appliquer à une courbe paramétrée.

Exemple(s)

La courbe Γ est définie par : $\begin{cases} x(t) = \cos^3(t) \\ y(t) = \sin^3(t) \end{cases}$ pour $t \in [0;2\pi]$

Dans GeoGebra on obtient une telle courbe à l'aide de la commande **Courbe** en écrivant dans le cas présent : `Γ=Courbe[cos(t)^3,sin(t)^3,t,0,2*pi]`.

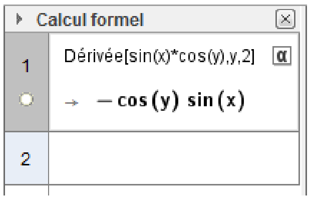
La commande `Dérivée[Γ]` engendre la courbe : $\begin{cases} x(t) = -3\cos^2(t)\sin(t) \\ y(t) = 3\cos(t)\sin^2(t) \end{cases}$ $(t \in [0;2\pi])$.

La commande **Dérivée** voit sa syntaxe étendue dans le cadre de la vue ***Calcul formel*** :

- `Dérivée[<fonction>]` retourne la dérivée première de la fonction `<fonction>` par rapport à la variable x.
- `Dérivée[<fonction>, <variable>]` retourne la dérivée première de la fonction `<fonction>` par rapport à la variable `<variable>`.
- `Dérivée[<fonction>, <variable>,<ordre>]` retourne la dérivée d'ordre `<ordre>` de la fonction `<fonction>` par rapport à la variable `<variable>`.

Exemple(s)

- ✎ `Dérivée[3x+2]` retourne `3`.
- ✎ `Dérivée[3x+2y²,y]` retourne `4y`.
- ✎ `Dérivée[sin(x)*cos(y),y,2]` retourne `-cos(y)sin(x)`.



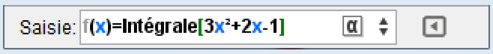
Remarque :

- Si, dans la vue ***Calcul formel***, une dérivée est définie en la nommant (par exemple, sous la forme `f(x):=Dérivée[3x²]`), alors celle-ci est automatiquement représentée dans la vue ***Graphique***. En revanche, si le nom n'est pas fourni à la création de la dérivée, il convient du cliquer sur la pastille présente sous le numéro de ligne dans la vue ***Calcul formel*** pour en obtenir la représentation graphique dans la vue ***Graphique*** (et GeoGebra affecte alors automatiquement un nom à la fonction désignée).
Seules les fonctions de variable `x` peuvent être représentées dans la vue ***Graphique***.
- La commande `NDérivée[<fonction>]` permet d'obtenir uniquement la représentation graphique de la dérivée première d'une fonction, sans son expression algébrique.

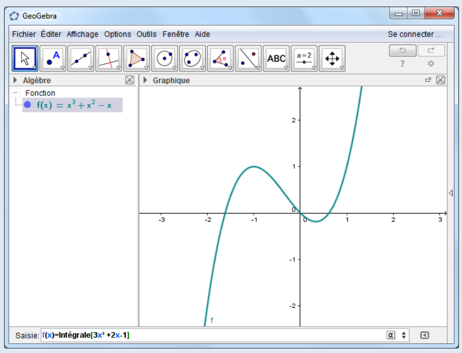
La commande `Intégrale[<fonction>]` permet d'obtenir la primitive formelle de la fonction `<fonction>` (la constante d'intégration est nulle) dans la mesure où GeoGebra est dans la capacité de trouver une telle primitive. GeoGebra dessine également la courbe représentative de la primitive obtenue.

Méthode

- Positionner le curseur dans le champ de saisie.
- Inscrire, par exemple : `f(x)=Intégrale[3x²+2x-1]`.



- Valider en appuyant sur la touche  .



La commande **Intégrale** possède une syntaxe alternative de la forme `Intégrale[<fonction>,<variable>]`

qui permet d'obtenir une primitive de la fonction <fonction> par rapport à la variable <variable> (qui doit être x ou y).

Exemple(s)

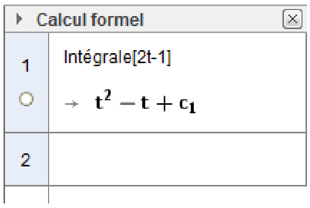
- ✎ **Intégrale**[3x+2y,y] retourne $3xy+y^2$.
- ✎ **Intégrale**[cos(x)*sin(y),y] retourne -cos(x)cos(y).

La commande **Intégrale** peut également être employée dans la vue ***Calcul formel*** :

- **Intégrale**[<fonction>] retourne une primitive de la fonction <fonction> par rapport à la variable fournie; la constante d'intégration est incluse sous forme d'une variable (égale à 0 par défaut) et dont il est possible de modifier la valeur à posteriori (la constante d'intégration est créée en tant qu'objet auxiliaire).
- **Intégrale**[<fonction>,<variable>] retourne une primitive de la fonction <fonction> par rapport à la variable <variable> avec une constante d'intégration égale à 0 par défaut.

Exemple(s)

- ✎ **Intégrale**[2t-1] retourne t^2-t+c_1.
- ✎ **Intégrale**[3x+2y,y] retourne $3xy+y^2+c_2$.
- ✎ **Intégrale**[4a+b,a] retourne $2a^2+ab+c_3$.



Remarque :

- La représentation graphique des primitives définies dans la vue ***Calcul formel*** suit les mêmes règles que celles étudiées plus haut concernant les dérivées.
- La commande **Intégrale** permet également de calculer des intégrales de fonctions sur des intervalles donnés en adoptant la syntaxe **Intégrale**[<fonction>,<borne inférieure>,<borne supérieure>].

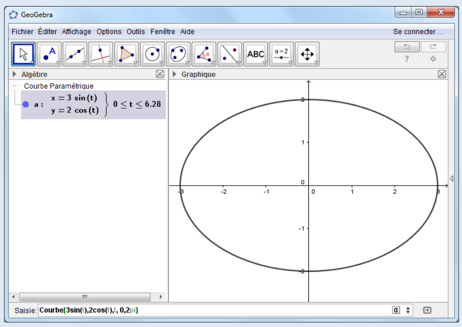
7 Courbe paramétrée et courbe implicite

La commande **Courbe**[<abscisse>,<ordonnée>,<variable>,<minimum>,<maximum>] permet de construire une courbe de paramètre <variable> (variant entre <minimum> et <maximum>). Les deux premiers arguments de cette commande sont des expressions de la variable <variable>.

Méthode

- Positionner le curseur dans le champ de saisie.
- Inscrire, par exemple : **Courbe**[3sin(t),2cos(t),t,0,2pi].

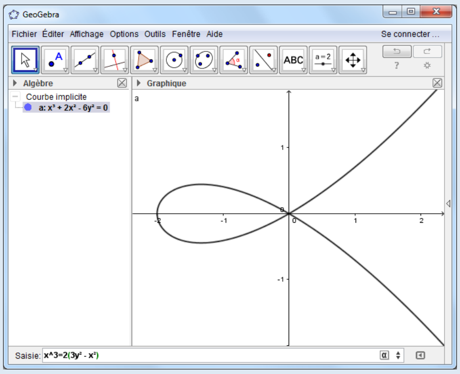
- Valider en appuyant sur la touche  .



Remarque : Il est simple de calculer les coordonnées d'un point d'une courbe paramétrée pour une valeur donnée du paramètre. Si la courbe se nomme c, alors la saisie de c(2) entraîne la création du point de paramètre 2 sur la courbe c.

GeoGebra permet la représentation graphique des courbes implicites.

Méthode

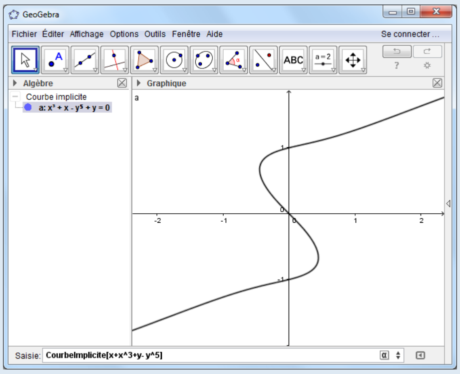


- Positionner le curseur dans le champ de saisie.
- Inscrire, par exemple : `x^3=2(3y^2 - x^2)`.

- Valider en appuyant sur la touche .

La commande `CourbeImplicite[<f(x,y)>]` permet également du créer une courbe implicite d'équation $f(x,y)=0$.

Méthode



- Positionner le curseur dans le champ de saisie.
- Inscrire, par exemple : `CourbeImplicite[x+x^3+y-y^5]`.

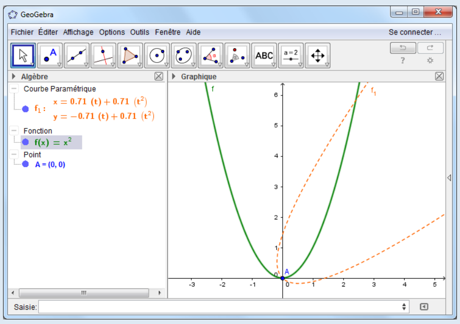
- Valider en appuyant sur la touche .

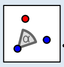
8 Manipulations géométriques sur les courbes

GeoGebra permet d'appliquer les transformations géométriques usuelles (homothétie, rotation, translation, symétrie centrale et axiale, dilatation et transvection) aux courbes représentatives de fonctions.

Méthode

On considère la fonction $f: x \longmapsto x^2$ et le point A de coordonnées $(0;0)$.



- Cliquer sur l'icône .
- Dans la vue ***Graphique***, cliquer sur la courbe représentative de la fonction f.
- Cliquer sur le point A.
- Dans la boîte de dialogue ***Rotation***, inscrire une mesure d'angle et choisir le sens de la rotation.
- Valider en cliquant sur le bouton .

On aurait pu obtenir le même résultat à l'aide de la commande : `Rotation[f(x),-45°,A]`.

Remarque : La courbe obtenue n'est, en général, pas une courbe représentative de fonction, et GeoGebra fournit alors une représentation paramétrique de celle-ci (vue ***Algèbre***). Cependant, dans le cas d'une homothétie, d'une translation ou d'une symétrie centrale, le logiciel parvient à déterminer l'expression algébrique de la fonction représentée par la courbe obtenue.

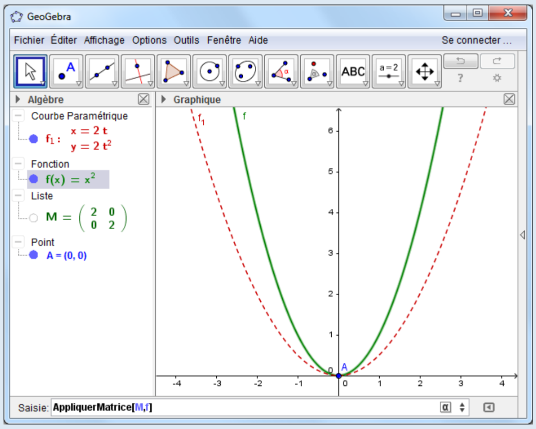
GeoGebra permet également d'appliquer à une courbe une transformation dont on connaît la matrice.

Méthode

On considère la fonction $f : x \longmapsto x^2$ et le point A de coordonnées $(0;0)$.

- Positionner le curseur dans le champ de saisie et inscrire : `M={{2,0},{0,2}}`.

- Valider en appuyant sur la touche ⏎ pour créer la matrice $M = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ (il est aussi possible d'utiliser la vue ***Tableur*** pour définir une matrice).
- Positionner de nouveau le curseur dans le champ de saisie et inscrire : `AppliquerMatrice[M,f]`.



- Valider en appuyant sur la touche ⏎ pour créer l'image de la courbe représentative de la fonction f par l'homothétie de centre A et de rapport 2.

9 Fonctions et séquences

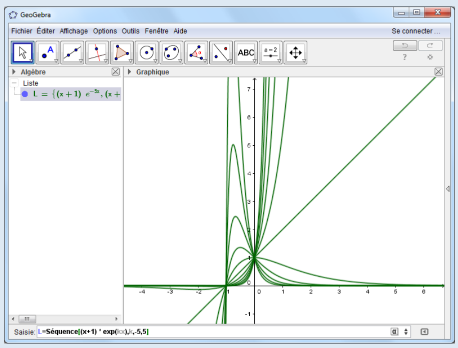
La commande **Séquence** permet de représenter rapidement une famille de fonctions.

Par exemple, pour représenter les fonctions f_k définies par $f_k(x) = (x+1)e^{kx}$ où k est un entier relatif compris entre -5 et 5 :

Méthode

- Positionner le curseur dans le champ de saisie.
- Inscrire : `L=Séquence[(x+1)*exp(kx),k,-5,5]`.

- Valider en appuyant sur la touche ⏎.

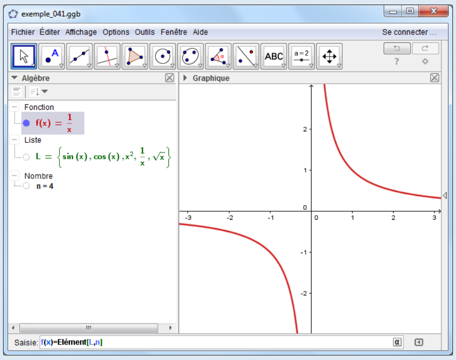


Dans le cadre d'un exerciseur ou d'un imagiciel, il peut être pratique d'afficher à volonté des courbes de fonctions préalablement définies.

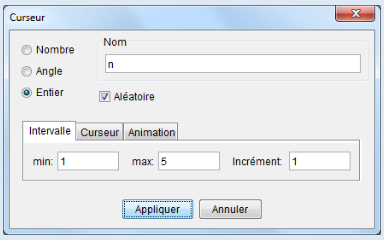
Méthode

- Dans le champ de saisie, inscrire :

  `L={sin(x),cos(x),x^2,1/x,sqrt(x)}`



- Valider en appuyant sur la touche ⏎ .
- Cliquer sur l'icône a = 2 puis sur une zone vierge de la vue ***Graphique***.
- Dans la boîte de dialogue ***Curseur***, créer un entier `n`, aléatoire, compris entre 1 et 5.



- Valider en cliquant sur le bouton Appliquer.
- Dans le champ de saisie, inscrire : `f(x)=Elément[L,n]`.

- Valider en appuyant sur la touche ⏎ .
- Appuyer sur la touche `F9` (ou Ctrl + R) pour afficher l'une des cinq fonctions de la liste (l'appui sur `F9` entraîne le recalcul de tous les objets de la figure, y compris celui des valeurs aléatoires).

Ouvrir le fichier exemple

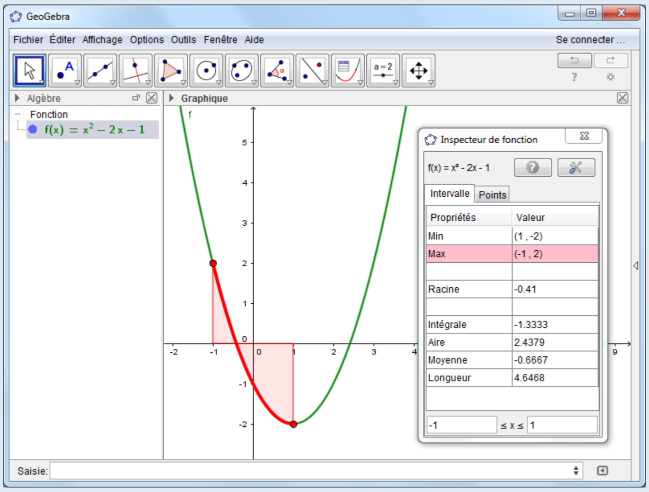
Remarque :

Si on souhaite obtenir, par exemple, les dérivées d'une liste `L` de fonctions, on peut utiliser la commande `Séquence` de cette façon : `Séquence[Dérivée[Elément[L,i]],i,1,Longueur[L]]`.
Ou, de manière plus succincte, on peut aussi se servir de la commande `Compactée` de cette manière : `Compactée[Dérivée[f],f,L]` (voir la fiche technique **Listes et matrices**, page 515, pour une description détaillée de ces commandes).

L’inspecteur de fonction permet d’accéder à de nombreuses propriétés d’une fonction choisie.

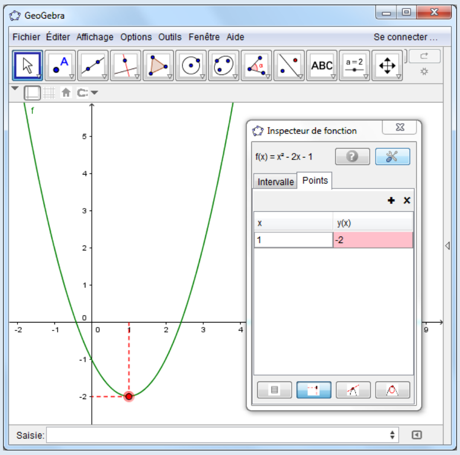
Méthode

- Pour ouvrir l’inspecteur de fonction, cliquer sur l’icône puis sur une fonction ou sur sa courbe représentative.
- Cliquer sur le bouton puis sur Arrondi pour régler le nombre de décimales affichées dans le fenêtre de l’inspecteur de fonction.
- L’onglet ***Intervalle*** permet de sélectionner à la souris (en déplaçant les points rouges) ou au clavier (en modifiant les valeurs et en validant en appuyant sur la touche) un intervalle d’étude.

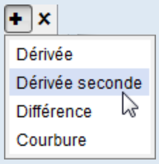


On a alors accès à un certain nombre de données numériques liées à la fonction : minimum, maximum, racines, intégrale, aire, moyenne, longueur.

- L’onglet ***Point*** affiche, par défaut, les coordonnées d’un point de la courbe représentative de la fonction (ce point est déplaçable à la souris). En cliquant dans la cellule réservée à l’abscisse, on peut modifier celle-ci.
  - Cliquer sur le bouton pour activer/désactiver l’affichage d’une table de points. Le champ ***Pas*** permet d’ajuster l’écart entre les points.



  - Cliquer sur le bouton pour afficher/-cacher les lignes en pointillés facilitant la lecture des coordonnées.
  - Cliquer sur le bouton pour activer/désactiver l’affichage de la tangente à la courbe (ce qui ne crée pas l’objet en lui-même).
  - Cliquer sur le bouton pour activer/-désactiver l’affichage du cercle osculateur à la courbe (ce qui ne crée pas l’objet en lui-même).



  - Cliquer sur le bouton ✚ pour afficher les valeurs approchées de la dérivée, dérivée seconde, différence, courbure. L’appui sur le bouton ✖ permet de supprimer la dernière colonne du tableau de valeurs.