Fiche technique 16 — Les nombres complexes

http://url.univ-irem.fr/ft24
QR Code

Il n'est pas possible, avec GeoGebra, de définir une variable complexe (et par suite, d'utiliser des fonctions à variable complexe). En revanche, GeoGebra permet de définir des points dont les coordonnées sont exprimées par un nombre complexe et autorise différentes opérations sur ces coordonnées. En ce sens, on peut dire que GeoGebra permet de manipuler les nombres complexes, en gardant à l'esprit que le logiciel confond un point avec son affixe.

1 Saisir le nombre imaginaire *i* et l'exponentielle complexe

GeoGebra utilise le symbole « í » pour désigner le nombre imaginaire i tel que $i^2 = -1$.

Pour insérer ce symbole dans un champ, comme, par exemple, dans le champ de saisie :

Méthode

- Cliquer sur le bouton α et, dans le panneau des symboles, sélectionner í.

ou

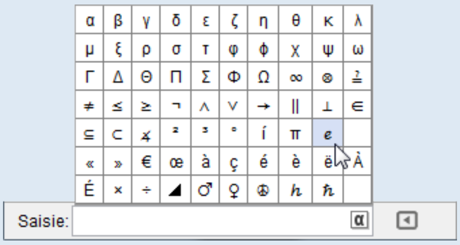
- Utiliser le raccourci clavier Alt + i (ou Ctrl + i pour les utilisateurs de Mac OS X) pour insérer le symbole í.

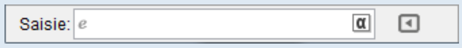
GeoGebra utilise le symbole « e » pour désigner l'exponentielle complexe.

Pour insérer ce symbole dans un champ, comme, par exemple, dans le champ de saisie :

Méthode

- Cliquer sur le bouton α et, dans le panneau des symboles, sélectionner e.





ou

- Utiliser le raccourci clavier Alt + e (ou Ctrl + e pour les utilisateurs de Mac OS X) pour insérer le symbole e.

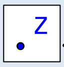
Remarque : Dans la vue ***Calcul formel*** il est obligatoire d'utiliser les notations í et e. En revanche, dans les autres vues :

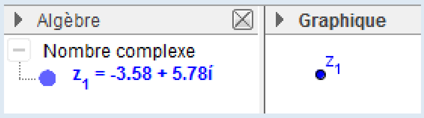
- s'il n'existe aucune variable nommée `i`, il n'est pas nécessaire de saisir í pour le nombre imaginaire i : on peut alors écrire simplement `i` en lieu et place de í (après validation de la saisie, GeoGebra remplace automatiquement les occurrences de `i` par í) ;
- de la même façon, si aucune variable `e` n'est définie, on peut remplacer l'utilisation du symbole e par la lettre `e` ou par la fonction `exp`.

2 Définir un nombre complexe

On peut créer un nombre complexe depuis la barre d'outils.

Méthode

- Cliquer sur l'icône .
- Effectuer un clic avec le bouton gauche de la souris sur une zone vierge de la vue ***Graphique*** : GeoGebra crée alors un point dont l'affixe est confondue avec le nom du point dans la vue ***Algèbre***.



Le champ de saisie permet également de créer un nombre complexe.

Méthode

- À l'aide de la souris, positionner le curseur dans le champ de saisie et inscrire : `z=2+3í`.

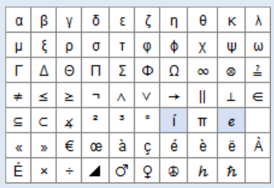
- Valider en appuyant sur la touche ⏎ afin de créer le point z, d'affixe $2+3i$.

  Bien que défini ainsi par son affixe, le point z reste un point libre.

GeoGebra gère aussi la forme exponentielle des nombres complexes.

Méthode

- À l'aide de la souris, positionner le curseur dans le champ de saisie.
- En utilisant le panneau des symboles pour insérer les symboles e et í, inscrire : `z=2*`e`^(í*45°)`



commission inter IREM TICE

- Valider en appuyant sur la touche ⏎ afin de créer le point libre z, dont l'affixe a pour module 2 et pour argument 45°.

Remarque :

- GeoGebra remplace automatiquement la forme exponentielle de l'affixe du point ainsi créé par sa forme algébrique.
- Lorsqu'on ne précise pas les unités dans l'argument du nombre complexe, GeoGebra considère par défaut que l'unité est le radian. Ainsi, pour créer le point d'affixe $2e^{i\frac{\pi}{4}}$ on écrit z=2*e^(í*pi/4) sans préciser les unités.
- On peut également utiliser la fonction exp pour noter l'exponentielle complexe, en écrivant, par exemple, z=2*exp(í*45°).
- Lorsque les variables e et i n'existent pas, la façon la plus simple d'écrire le nombre précédent dans GeoGebra devient z=2*e^(i*45°).

La commande **EnComplexe** permet d'obtenir un nombre complexe à partir d'une liste de deux nombres, d'un point ou d'un vecteur :

- **EnComplexe**[<liste>] : si <liste> désigne une liste de deux nombres a et b, cette commande retourne le nombre complexe $a+ib$.
- **EnComplexe**[<point>] : si <point> désigne un point de coordonnées $(a;b)$, cette commande retourne le nombre complexe $a+ib$.
- **EnComplexe**[<vecteur>] : si <vecteur> désigne un vecteur de composantes $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$, cette commande retourne le nombre complexe $a+ib$.

Exemple(s)

✎ **EnComplexe**[{-2,3}] renvoie le nombre complexe $-2+3i$.

✎ Si le point A a pour coordonnées $(5;7)$, **EnComplexe**[A] renvoie le nombre complexe $5+7i$.

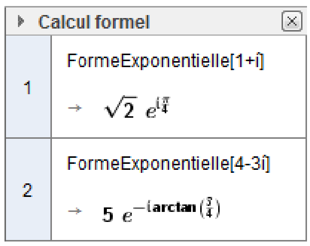
✎ Si le vecteur $\overrightarrow{u}$ a pour composantes $\begin{pmatrix} 6 \\ -5 \end{pmatrix}$, **EnComplexe**[u] renvoie le nombre complexe $6-5i$.

La commande **FormeExponentielle**[<nombre complexe>] ne fonctionne que dans le module de calcul formel et permet de retourner la forme exponentielle d'un nombre complexe.

Exemple(s)

✎ **FormeExponentielle**[1+í] renvoie le nombre complexe $\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$.

✎ **FormeExponentielle**[4-3í] renvoie le nombre complexe $5e^{-i\arctan\left(\frac{3}{4}\right)}$.

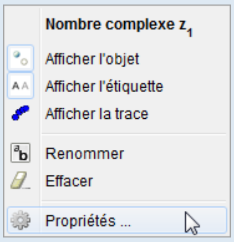


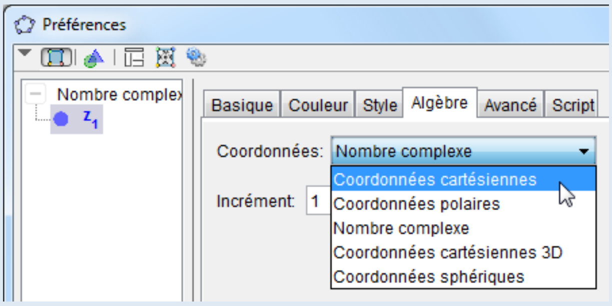
3 Propriétés d'un nombre complexe

Le panneau des propriétés d'un nombre complexe permet d'agir sur la représentation des coordonnées du point qui lui est associé.

Méthode

- Depuis la vue ***Graphique*** ou depuis la vue ***Algèbre***, effectuer un clic avec le bouton droit de la souris sur un nombre complexe, et, dans le menu contextuel, choisir Propriétés...
- Dans le panneau des propriétés, sélectionner l'onglet ***Algèbre***.
- Dans la liste déroulante ***Coordonnées***, choisir la forme de représentation souhaitée.





4 Opérations sur les complexes

GeoGebra permet les opérations courantes sur les complexes :

Exemple(s)

- ✎ `(2+3í)+(5-7í)` renvoie $7-4i$.
- ✎ `(5-2í)-(3-11í)` renvoie $2+9i$.
- ✎ `(4+3í)*(1-í)` renvoie $7-i$.
- ✎ `(2+5í)/(1+í)` renvoie $-3+7i$.
- ✎ `(1+í)^3` renvoie $-2+2i$.

Les parties réelles et imaginaires d'un nombre complexe s'obtiennent respectivement à l'aide des fonctions `Re` et `Im` (on peut également se servir des fonctions `x` et `y`).

Exemple(s)

- ✎ `Re(3-2í)` renvoie 3.
- ✎ Si $z=-5+i$, `Re(z)` renvoie-5.
- ✎ `x(7+3í)` renvoie 7.
- ✎ `Im(2-9í)` renvoie -9.
- ✎ Si $z=8-i$, `Im(z)` renvoie-1.
- ✎ `y(5+2í)` renvoie 2.

Le module et l'argument d'un nombre complexe s'obtiennent respectivement à l'aide des fonctions `abs` et `arg` (on peut également utiliser les commandes **`Longueur`**`[<nombre complexe>]` et **`Angle`**`[<nombre complexe>]`).

Exemple(s)

- ✎ `abs(1+í)` renvoie 1.41421.
- ✎ `abs(3*e^(í*45°))` renvoie 3.
- ✎ **`Longueur`**`[1-í]` renvoie 1.41421.
- ✎ `arg(1-í)` renvoie 315°.
- ✎ `arg(5*e^(í*pi/4))` renvoie 45°.
- ✎ **`Angle`**`[-1+0*í]` renvoie 180°.

Remarque :

- Dans le dernier exemple ci-dessus, il est obligatoire d'écrire le nombre complexe sous la forme $-1+0i$ pour que GeoGebra retourne la valeur attendue. En effet, **`Angle`**`[-1]` serait interprété par le logiciel comme la demande de conversion d'un nombre vers une mesure d'angle (voir la fiche technique **Les angles**, page 473) et GeoGebra renverrait alors -1 rad ou (environ) 302,7° (selon l'unité choisie).
- De même, la fonction `arg` est interprétée différemment selon la nature du nombre qui lui est passé en paramètre. Comme il vient d'être vu, `arg(1+0*í)` retourne un angle, mais `arg(1)` retourne un nombre (égal à 0) et non un angle.

On obtient le conjugué d'un nombre complexe à l'aide de la fonction `conjugate`.

Exemple(s)

- ✎ `conjugate(5+4í)` renvoie $5-4i$.
- ✎ `conjugate(2*e^(í*pi/4))` renvoie $1,41421-1,41421i$.

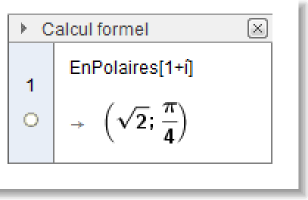
La commande `EnPolaires[<nombre complexe>]` retourne un point dont les coordonnées polaires sont le module et l'argument du nombre complexe passé en paramètre. Cette commande accepte d'autres syntaxes :

- `EnPolaires[<liste>]` : si `<liste>` désigne une liste de deux nombres a et b, cette commande retourne un point de coordonnées polaires et confondu avec le point de coordonnées $(a;b)$;
- `EnPolaires[<point>]` retourne un point confondu avec `<point>` et dont les coordonnées sont exprimées en coordonnées polaires ;
- `EnPolaires[<vecteur>]` retourne un vecteur confondu avec `<vecteur>` et dont les coordonnées sont exprimées en coordonnées polaires.

Exemple(s)

- ✎ `EnPolaires[1+í]` crée le point de coordonnées polaires $(1,414;45°)$.
- ✎ `EnPolaires[sqrt(3)+í]` crée le point de coordonnées polaires $(2;30°)$.
- ✎ `EnPolaires[{3,0}]` crée le point de coordonnées polaires $(3;0°)$.
- ✎ Si le point A a pour coordonnées $(0;-1)$, `EnPolaires[A]` renvoie le point de coordonnées polaires $(1;270°)$.
- ✎ Si le vecteur $\overrightarrow{u}$ a pour composantes $\begin{pmatrix}-1\\0\end{pmatrix}$, `EnPolaires[u]` renvoie le vecteur de coordonnées polaires $(1;180°)$.

Remarque : La commande `EnPolaires[<nombre complexe>]` fonctionne également dans la vue ***Calcul formel*** et permet d'obtenir les valeurs exactes du module et de l'argument d'un nombre complexe. Par exemple, dans la vue ***Calcul formel***, `EnPolaires[1+í]` retourne $\left(\sqrt{2};\dfrac{\pi}{4}\right)$.



La commande `EnPoint[<nombre complexe>]` retourne le point de coordonnées $(a;b)$ si `<nombre complexe>` est de la forme $a+ib$.

Exemple(s)

- ✎ `EnPoint[2-3í]` crée le point de coordonnées $(2;-3)$.
- ✎ `EnPoint[-3+0í]` crée le point de coordonnées $(-3;0)$.
- ✎ `EnPoint[2*e^(í*pi/4)]` crée le point de coordonnées $(1,41421;1,41421)$.