

Résolution d'un système d'équations



1 Identification

Type Modalité Thème abordé Niveau	Imagiciel Vidéoprojection Système d'équations du premier degré Cycle 4 Lycée
Prérequis Objectif Réalisation technique	Système d'équations Illustrer une notion Difficulté : ☆☆☆ Vue(s) : 承 Graphique ≡ Algèbre ♯ Tableur ₱ Cas ₱ 3D
Fichier(s)	systeme_equations.ggb

2 Captures d'écran





3 Commentaires

Intérêt pédagogique :

Ce fichier peut être projeté en fin d'activité pour effectuer la synthèse des résultats obtenus ou peut également être utilisé pour corriger des exercices sur les systèmes d'équations à deux inconnues.

Exploitation possible en classe :

Ce fichier se présente comme un « solveur » de systèmes de deux équations à deux inconnues du premier degré.

L'utilisateur fournit les valeurs pour les différents coefficients et le logiciel affiche la solution du système (quand elle existe), sous forme de fraction irréductible.

4 Réalisation technique

0 Préparation de la zone de travail

- Dans le menu Affichage, sélectionner les vues Graphique, Graphique 2 et Calcul formel.
- Dans la vue *Graphique*, afficher le repère ainsi que la grille. On pourra fixer l'intervalle entre deux graduations à une unité, aussi bien en abscisses qu'en ordonnées.

2 Les éléments champ texte

- À l'aide de la zone de saisie, créer une variable numérique *a* en lui attribuant une valeur quelconque : a=2.
- Recommencer la procédure pour créer cinq autres variables numériques *b*, *c*, *a'*, *b'* et *c'*.
- Sélectionner l'outil a=1 puis cliquer sur une zone vierge de la vue *Graphique 2* pour créer un champ texte :
 - pour la légende, entrer : a=;
 - sélectionner la variable numérique *a* dans la liste déroulante *Objet lié*.

🕜 ChampT	exte	×
Légende:	8=	
Objet lié:		
	a = 2 Appliquer Annuler	

Basique Insérer Texte Couleur Style Avancé Script

Longueur du ChampTexte: 5

c'= 0

- Recommencer la procédure pour créer cinq autres champs texte liés aux variables numériques *b*, *c*, *a'*, *b'* et *c'*.
- Il est possible de modifier les propriétés de champs texte pour agir sur leur largeur et sur leur couleur. Pour cela, effectuer un clic avec le bouton droit de la souris sur l'un des champs texte, et choisir Propriétés....
 - dans l'onglet Couleur, sélectionner la couleur appropriée;
 - dans l'onglet *Style*, choisir une valeur égale à 5 comme *Longueur du Champ Texte*.

③ La vue Calcul formel

Nous utiliserons la vue *Calcul formel* pour calculer les valeurs exactes des solutions (quand elles existent) du système. Nous profiterons également de cette vue pour obtenir un certain nombres d'éléments qui seront affichés dans la vue *Graphique 2* sous forme d'objets texte.

• Pour créer la droite *d*1 d'équation ax + by = c, inscrire, dans la ligne 1 du calcul formel : d1 := a*x+b*y=c.



Pour créer la droite d2 d'équation a' x + b' y = c', inscrire, dans la ligne 2 du calcul formel : d2 := a ' *x+b ' *y= c'.

2	d2:=a'*x+b'*y=c'
0	$\rightarrow d2: 3 x + 2 y = 0$

• Dans la première équation, pour obtenir *y* en fonction de *x*, inscrire dans la ligne 3 du calcul formel : Résoudre[d1,y].

$$\begin{array}{c} \text{Résoudre[d1,y]} \\ \text{O} \\ \rightarrow \\ \left\{ y = \frac{x-8}{2} \right\} \end{array}$$

a en lui attribuant une Saisie: a=2 (a) a=1 a'=3b=-2 b'=2

c= 8

• L'objet résultant se présente sous forme de liste, et les coefficients ne sont pas clairement identifiables. Pour obtenir un objet sous la forme y = mp + x, inscrire en ligne 4 du calcul formel : **Elément [Développer [**\$3], 1].

> Elément[Développer[\$3],1] $\begin{array}{c|c} \bullet & \mathbf{y} = \frac{1}{2} \mathbf{x} - 4 \end{array}$

• Dans la seconde équation, pour obtenir y en fonction de x, inscrire dans la ligne 5 du calcul formel : Résoudre[d2,y].

 $\begin{bmatrix} \text{Résoudre}[d2,y] \\ 5 \\ 0 \\ \Rightarrow \\ \left\{ y = -\frac{3 x}{2} \right\}$ • De la même façon que précédemment, pour obtenir un objet sous la forme y = mx + p, inscrire en ligne 6 du calcul formel: Elément[Développer[\$5],1].

- Dans le cas où le coefficient *b* vaut 0, il est nécessaire d'obtenir l'expression de *x* en fonction de *c* et de *a* sous la forme $x = \frac{c}{a}$. Pour cela, inscrire dans la ligne 7 du calcul formel : **Elément**[Résoudre[d1,x],1].
- De même, si b' = 0, on aura besoin d'afficher la seconde équation sous la forme $x = \frac{c}{a'}$. Inscrire en ligne 8 du calcul formel: Elément[Résoudre[d2,x],1].

• Pour obtenir la solution du système, quand elle existe, inscrire dans la ligne 9 du calcul formel : Elément [**Solutions**[{d1,d2},{x,y}],1].

• Pour obtenir l'abscisse du point d'intersection des deux droites, inscrire en ligne 10 du calcul formel : **Elément**[\$9,1].

> Elément[\$9,1] 10 0 → 2

○ → {2, -3}

• Pour obtenir l'ordonnée du point d'intersection des deux droites, inscrire en ligne 11 du calcul formel : **Elément**[\$9,2].

11	Elément[\$9,2]
0	\rightarrow -3

4 Les objets texte intermédiaires

Pour créer les objets texte qui s'afficheront à l'écran, nous allons commencer par définir des objets texte intermédiaires qui constitueront des éléments des affichages définitifs.

• Pour obtenir, sous forme d'objet texte, la première équation dans laquelle y est exprimé en fonction de x, inscrire, dans la zone de saisie : Equal y=LaTeX[\$4].

> Saisie: Equa1_y=LaTeX[\$4] α 🛊 🖪

231

6 6 $y = -\frac{3}{2} x$

7	Elément[Résoudre[d1,x],1]
0	\rightarrow x = 2 y + 8
form	c' Incoving on 1

Elément[Résoudre[d2,x],1]

Elément[Solutions[{d1,d2},{x,y}],1]

 $\begin{array}{c} 8 \\ 0 \end{array} \rightarrow x = -\frac{2 y}{3}$

• Pour obtenir, sous forme d'objet texte, la première équation dans laquelle *x* est exprimé en fonction de *y*, inscrire, dans la zone de saisie : Equal x=LaTeX[\$7].

Saisie: Equa1_x=LaTeX[\$7] 🛛 🗘 📢

Pour obtenir, sous forme d'objet texte, la seconde équation dans laquelle y est exprimé en fonction de x, inscrire, dans la zone de saisie : Equa2_y=LaTeX[\$6].

Saisie: Equa2_y=LaTeX[\$6]	α 🛊	٩
----------------------------	-----	---

• Pour obtenir, sous forme d'objet texte, la seconde équation dans laquelle *x* est exprimé en fonction de *y*, inscrire, dans la zone de saisie : Equa2_x=LaTeX[\$8].

Saisie: Equa2_x=LaTeX[\$8] α ♦ <

• Cacher tous ces objets texte.

O L'affichage du titre et des systèmes

- Pour créer le titre :
 - sélectionner l'outil ABC et cliquer sur une zone vierge de la vue Graphique 2;
 - dans la rubrique *Éditer* de la boîte de dialogue *Texte*, inscrire :

```
\text{\textsf{Résolution graphique d'un système de
deux équations à deux inconnues de la forme }}
\begin{cases}
ax + by = c \\
a' x + b' y = c'
\end{cases}
```

⑦ Texte	×
Éditer	
\text{\textsf{Résolution graphique d'un système de deux équations à deux inconnues de la forme l'ubegin{cases} ax + by = c \\ a' x + b' y = c' \end{cases}	}}
Image: Weight of the symboles ✓ ✓ ✓ ✓ Image: The symbole ✓ ✓ ✓ ✓	
Aperçu	
Résolution graphique d'un système de deux équations à deux inconnues de la forme	$\left\{ \begin{array}{l} ax+by=c\\ a'x+b'y=c' \end{array} \right.$
Aide	OK Annuler

- cocher Formule LaTeX et valider en cliquant sur le bouton OK.
- Pour créer l'affichage du système initial :
 - sélectionner l'outil ABC et cliquer sur une zone vierge de la vue *Graphique 2*;
 - dans la rubrique *Éditer* de la boîte de dialogue *Texte*, inscrire :

```
\text{Le système est : }
\begin{cases}
    \vphantom{\frac{1}{3}} \\
    \vphantom{\frac{1}{3}}
\end{cases}
```

Éditer

\text{Le système est : }
\begin{cases}
\vphantom{\frac{1}{3}} \\
vphantom{\frac{1}{3}}
\end{cases}



Les instructions \vphantom{\frac{1}{3}} insèrent un espace vertical invisible afin de préserver l'alignement dans le cas où les coefficients s'expriment sous forme fractionnaire dans le second système.

Objets 👻

déterminant

d2

Objets 👻

déterminant

d1

- placer le curseur avant la première instruction \vphantom et, dans la liste déroulante Objets, sélectionner l'objet correspondant à la droite d1;
- placer le curseur avant la seconde instruction \vphantom et, dans la dans la liste déroulante Objets, sélectionner l'objet correspondant à la droite d_2 ;

	Éditer
*	Le système est : \begin{cases}
	d1 \vphantom{\frac{1}{3}} \\
	d2 \vphantom{\frac{1}{3}}
	\end{cases}
	In Formule LaTeX ▼ Symboles ▼ Objets ▼
	π
	Aperçu
5.	Le système est : $\begin{cases} x - 2y = 8 \\ 3x + 2y = 0 \end{cases} \xrightarrow{\bullet}$
	Aide OK Annuler

🔿 Texte

- cocher Formule LaTeX et valider en cliquant sur le bouton
- Pour créer l'affichage du second système :
 - pour obtenir, sous forme d'objet texte, la première équation du second système, inscrire dans la zone de saisie : Equa' 1=Si[b==0, Equal x, Equal y];

Saisie:	Equa-	1=Si[b==0	,Equa1_ x, E	-qua1_y	α	÷	4

- pour obtenir, sous forme d'objet texte, la seconde équation du second système, inscrire dans la zone de saisie : Equa'_1=Si[b==0, Equa1_x, Equa1_y];

Saisie: E	Equa'_1=Si[b==0,Equa1_x,Equa1_y]	α \$	٩
-----------	----------------------------------	------	---

\text{ce qui équivaut à } \begin{cases}

Equa'_1

Equa'_2

Ιπ

Aperçu

ce qui équivaut à

Aide

end{cases}

Ξ

.

Ξ

\vphantom{\frac{1}{3}} \\

\vphantom{\frac{1}{3}}

📝 Formule LaTeX 🔻 📔 Symboles 👻 🛛 Objets 👻

OK

- cacher ces deux objets texte nouvellement créés;

- sélectionner l'outil ABC et cliquer sur une zone vierge de la vue Graphique 2;
- dans la rubrique *Éditer* de la boîte de dialogue *Texte*, inscrire :

	<pre>\text{ce qui équivaut à }</pre>			Éditer
	<pre>\begin{cases} \vphantom{\frac{1}{3}} \\ \vphantom{\frac{1}{3}} \end{cases}</pre>			ce qui équivaut à \begin{cases} \vphantom{\frac{1}{3}} \\ \vphantom{\frac{1}{3}}
			7 Texte	\end{cases}
_	placer le curseur avant la première ins-		Éditer	qui équivaut à }

ChampTexte5

ChampTexte6

ChampTexte6

Equa'_2

Objets 👻

Equa'_1

Equa1 x

- placer le curseur avant la première instruction \vphantom et, dans la liste déroulante Objets, sélectionner l'objet nommé Equa'_1;
- placer le curseur avant la seconde instruction \vphantom et, dans la dans la liste déroulante Objets, sélectionner l'objet nommé Equa '_2;

coonci i ormaie Laren et fanaer en enquant oar ie boaton	-	cocher <i>Formule LaTeX</i> et valider en cliquant sur le bouton	OK	J.
--	---	--	----	----

6 Le point d'intersection des deux droites

• À l'aide de l'outil $| \bullet^{\mathsf{A}} |$ ou de l'outil $| \searrow |$, créer le point *S*, point d'intersection des droites *d*1 et *d*2.

Annule

- Dans la zone de saisie, inscrire : S_1=(x(S), 0).
- Dans la zone de saisie, inscrire : S_2=(0, y(S)).
- Avec l'outil \checkmark , construire les segments [SS₁] et [SS₂].
- Ouvrir le panneau des propriétés de ces deux segments, et, dans l'onglet *Style*, choisir un mode de représentation en pointillés.
 - Style du trait:

α 🛊

α 🛊

◄

◄

Saisie: S_1=(x(S),0)

Saisie: S_2=(0,y(S))

• Cacher les points S_1 et S_2 .

La case à cocher

• Avec l'outil C créer, dans la vue *Graphique 2*, une case à cocher en nommant sol le booléen associé à cette case.

Dans la boîte de sélection des objets à afficher/cacher, sélectionner :

- le point *S*;
- les segments $[SS_1]$ et $[SS_2]$.

🗇 Boîte de sélection des objets à Afficher/C 🗮 🏹
Légende: Montrer / cacher la solutio 🛛
Sélectionner les objets dans la construction ou c

Point S: Point d'intersection de d1 et d2
Segment segment _[SS1]
Segment segment _[SS2]
Appliquer Annuler

Montrer la solution

③ L'abscisse et l'ordonnée du point S

Nous désirons, dans la vue **Graphique 1**, afficher les coordonnées exactes du point *S* lorsque la case sol est cochée. Mais, selon la position du point *S*, l'affichage de son abscisse ou de son ordonnée risque d'empiéter sur le tracé des segments $[SS_1]$ et $[SS_2]$. Pour contourner le problème, nous créerons, pour l'abscisse et pour l'ordonnée de *S*, deux objets texte identiques que nous positionnerons et afficherons en fonction de la position du point *S*.

- Dans le champ de saisie, inscrire : Sol_x=LaTeX[\$10].
- Dans le champ de saisie, inscrire : Sol '_x=Sol_x.
- Dans le champ de saisie, inscrire : Sol_y=LaTeX[\$11].
- Dans le champ de saisie, inscrire : Sol'_y=Sol_y.
- Ouvrir le panneau des propriétés de l'objet texte Sol_x :
 - dans l'onglet **Position**, sélectionner le point S₁ dans la liste déroulante **Point de départ**;

oint de départ: S_1 👻

α \$

α \$

α \$

α 🛔

◄

◄

◄

•

- dans l'onglet *Avancé*, rubrique *Condition pour afficher l'objet*, inscrire : sol && (y(S)>=0).

E	asique	asique Insérer Texte Couleur Position Avancé					
	Condition pour afficher l'objet						
sol && (y(S) >= 0)							

Saisie: Sol_x=LaTeX[\$10]

Saisie: Sol_y=LaTeX[\$11]

Saisie: Sol'_x=Sol_x

Saisie: Sol' v=Sol v

P

• Ouvrir le panneau des propriétés de l'objet texte Sol '_x :



auto i officier i obtelofficier o politico i auto ia noto acto alante ao acpart

- Basique Insérer Texte Couleur Position Avancé Condition pour afficher l'obiet sol && (y(S) < 0) • Ouvrir le panneau des propriétés de l'objet texte Sol y : - dans l'onglet **Position**, sélectionner le point S₂ dans la liste déroulante **Point de départ**; Point de départ: S_2 Ŧ - dans l'onglet **Avancé**, rubrique **Condition pour afficher l'objet**, inscrire : sol && (x(S)>=0). Basique Insérer Texte Couleur Position Avancé Condition pour afficher l'objet sol && (x(S) >= 0) • Ouvrir le panneau des propriétés de l'objet texte Sol' y :
 - dans l'onglet **Position**, sélectionner le point S₂ dans la liste déroulante **Point de départ**;

- dans l'onglet Avancé, rubrique Condition pour afficher l'objet, inscrire : sol && (x(S)<0).

Basique	sique Insérer Texte Couleur Position Ava							
Condition pour afficher l'objet								
sol && (x(S) < 0)								

•

Point de départ: S_2

- Cocher la case sol, agir sur les coefficients a, b, c, a', b' et c' de telle sorte à faire apparaître les objets Sol x, Sol' x, Sol y et Sol' y et placer ces objets ainsi:
 - positionner Sol x sous l'axe des abscisses;
 - positionner Sol'_x au-dessus de l'axe des abscisses;
 - positionner Sol y à gauche de l'axe des ordonnées;
 - positionner Sol'_y à droite de l'axe des ordonnées;

O L'affichage de la réponse

Nous utiliserons une liste pour stocker les messages correspondant aux trois cas possibles (une solution unique, une infinité de solutions, pas de solution) et nous afficherons l'élément adéquat de cette liste lorsque la case sol sera cochée.

 Dans la zone de saisie, définir une variable numérique nommé déterminant ainsi : déterminant=a*b' a'*b.

Saisie:	determinant=a*b' - a**b	α 🗧 🖪

Dans la zone de saisie, définir une variable numérique nommé NuméroAffichageSolution ainsi :

NuméroA	ffich	ageSolution= <mark>Si</mark> [de	éterminant!=0,	l, Si [d]	_==d2,	2,3]
	Saisie:	NuméroAffichageSolution=Si	[déterminant!=0,1,Si[d1==	d2,2,3]]	α 🛊	•

1 si le système admet une solution unique La variable NuméroAffichageSolution est donc égale à 2 si le système admet une infinité de solutions

3 si le système n'admet aucune solution

• Pour créer le texte en cas de solution unique :

- sélectionner l'outil ABC et cliquer sur une zone vierge de la vue **Graphique 2**;

235

Point de départ: S_1 •

- dans l'onglet Avancé, rubrique Condition pour afficher l'objet, inscrire : sol && (y(S)<0).

- dans la rubrique *Éditer* de la boîte de dialogue *Texte*, inscrire :

```
\text{Solution : }\left\{\vphantom{\frac{1}{3}}}
x=
\, ;\, y=
\right\}
```

- placer le curseur après le texte « x = » et, dans la liste déroulante *Objets*, sélectionner l'objet nommé Sol_x;
- placer le curseur après le texte « y = » et, dans la dans la liste déroulante **Objets**, sélectionner l'objet nommé Sol_y;
- cocher Formule LaTeX et valider en cliquant sur le bouton OK

Éditer					
\text{Solution : }\left\{\vphantom{\frac{1}} x=					
\right\}					
~					
(2) Texte					
Éditor					
Vext(Selution :)Veff(()unbentem()free(1)(2))					
v=Sol v					
$(, ;), y = Sol_y$					
lights					
✓ Formule LaTeX ▼ Symboles ▼ Objets ▼					
π					
Aperçu					
Solution : $\left\{ x = 2; y = -3 \right\}$					
Aide OK Annuler					

• En supposant que l'objet texte précédemment créé s'appelle texte3, créer, depuis la zone de saisie, une liste nommée ListeAffichageSolutions ainsi :

Objets 👻

Sol'_x

Sol'_y

Sol_y
Objets -

Sol' v

Sol_x

TexteSolution

ListeAffichageSolutions={texte3,LaTeX["\text{Le système admet une infinité de solutions}"],
LaTeX["\text{Le système n'admet aucune solution}"]}

Saisie: ListeAffichageSolutions={texte3,LaTeX["'text{Le système admet une infinité de solutions]"],LaTeX["'text{Le système n'admet aucune solution]"]]

- Cacher la liste ListeAffichageSolutions.
- Pour créer le texte correspondant à la réponse, sélectionner la vue *Graphique* et inscrire dans la zone de saisie : TexteSolution=Elément[ListeAffichageSolutions, NuméroAffichageSolution]

```
Saisie: TexteSolution=Elément[ListeAffichageSolutions,NuméroAffichageSolution]
```

• Ouvrir le panneau des propriétés de l'objet texte TexteSolution, et, dans l'onglet *Avancé*, rubrique *Condition pour afficher l'objet*, inscrire : sol.

Basique Insérer Texte Couleur Position Avancé So								
Condition pour afficher l'objet								
sol								

Légende: \$d_1\$

Afficher l'obiet

Afficher l'étiquette: Légende

O Finalisation

- Colorier les différents éléments de la figure.
- Positionner les différents objets texte.
- Fermer les vues Calcul formel et Algèbre et ajuster la position des vues Graphique et Graphique 2.
- Ouvrir le panneau des propriétés de la droite d1, et, dans l'onglet Basique :
 - inscrire, dans le champ Légende : \$d_1\$;
 - cocher la case Afficher l'étiquette;
 - dans la liste déroulante, sélectionner *Légende*.
- Recommencer la procédure pour la droite *d*2.
- Appliquer la technique de la fiche **Rendre dynamique la légende d'une case à cocher (ou d'un bouton, ou ...)** (page 723) pour modifier dynamiquement la légende de la case à cocher.

