

# La diagonale du carré



#### 1 Identification

Type Modalité Thème abordé	Imagiciel Vidéoprojection Longueur de la diagonale d'un carré Longueur d'une ligne brisée
Niveau Prérequis Objectif	Cycle 4 – CAP Racines carrées Illustrer un paradoxe
Réalisation technique	Difficulté : ☆☆☆ Vue(s) : 承 Graphique
Fichier(s)	paradoxe_diagonale.ggb

#### 2 Captures d'écran



### 3 Commentaires

Intérêt pédagogique :

Exhiber un exemple montrant la difficulté d'affirmer une propriété à partir d'une figure.

#### Exploitation possible en classe :

Ce fichier cherche à illustrer un célèbre paradoxe : à partir d'un carré de côté 1, on construit un escalier, reliant deux sommets opposés, où chaque marche est aussi large que haute. Quel que soit le nombre de marches, la longueur de l'escalier vaut toujours 2 (les segments horizontaux se superposent au côté [*AB*] de longueur 1, tandis que les segments verticaux se superposent au côté [*BC*] de longueur 1). En augmentant le nombre de marches, l'escalier semble alors se confondre avec la diagonale du carré. Or, la diagonale du carré, ne mesure « que »  $\sqrt{2}$ .

Serait-ce à dire que  $\sqrt{2} = 2$ ?

Ce fichier peut être exhibé par l'enseignant lorsqu'il rencontre des élèves réticents à l'idée d'entreprendre une démonstration et dont le seul argument consiste à dire que « cela se voit » sur la figure.

Plusieurs explications de cet apparent paradoxe sont données dans ce billet: http://www.maths-et-physique.net/article-18006898.html.

### 4 Réalisation technique

#### **1** Le carré

- À l'aide de l'outil 🔍 ou encore de la molette de la souris, effectuer un zoom avant.
- Déplier la barre de style de la vue *Graphique*, cliquer sur l'icône <sup>C</sup> et vérifier que l'option *Désactivée* n'est pas sélectionnée.
- En utilisant l'outil  $[ \bullet^A ]$ , placer quatre points libres *A*, *B*, *C* et *D*.
- Sélectionner l'outil , et déplacer les points ainsi créés de telle sorte que leurs coordonnées soient les suivantes : *A* (0;0), *B* (1;0), *C* (1;1) et *D* (0;1).
- Sélectionner les quatre points *A*, *B*, *C* et *D* (en traçant, par exemple, un rectangle de sélection autour de ces points) et, ouvrir leur panneau des propriétés.
- Dans l'onglet *Basique*, cocher la case *Objet fixe*.
- Avec l'outil , construire le carré *ABCD*.

#### **2** La diagonale

- En utilisant l'outil  $\checkmark$ , tracer le segment [AC].
- Sélectionner l'outil ABC puis cliquer sur une zone vierge de la vue *Graphique*.
  - dans la rubrique Éditer de la boîte de dialogue Texte, inscrire : \sqrt{2};

Éditer	
\sqrt{2}	

🗘 Texte
Éditer
\sqrt{2}
I Formule LaTeX ▼   Symboles ▼   Objets ▼
π
Aperçu
$\sqrt{2}$
Aide     OK     Annuler

Graphique

0.5

А

0 5

L ⊞ ♠ C -

Automatique

Désactivée

Approché de la Grille

i B

Objet fixe

Attaché à la Grille

• Positionner l'objet texte ainsi créé près de la diagonale.



valider en cliquant sur le bouton OK.

- cocher Formule LaTeX;

#### **O** Les objets texte

- Sélectionner l'outil ABC puis cliquer sur une zone vierge de la vue *Graphique*.
  - dans la rubrique Éditer de la boîte de dialogue Texte, inscrire : ABCD\text{ est un carré de côté 1};

- cocher Formule LaTeX;
- valider en cliquant sur le bouton ok.

C Texte
1
Editer
ABCD\text{ est un carré de côté 1}
Formule LaTeX      Symboles      Objets
Π
Aperçu
ABCD est un carré de côté 1
Aide OK Annuler

- Sélectionner l'outil ABC puis cliquer sur une zone vierge de la vue *Graphique*.
  - dans la rubrique Éditer de la boîte de dialogue Texte, inscrire :
     \text{La diagonale mesure }\sqrt{2};

	Éditer	
	\text{La diagonale mesure }\sqrt{2}	
	L	
uton 🖳.		

- ¢ Texte Éditer \text{La diagonale mesure }\sqrt{2} ♥ Formule LaTeX ▼ | Symboles ▼ | Objets ▼ □ □ □ □ □ □ □ Aperçu La diagonale mesure √2 ↓ ♥ Aide OK Annuler
- Sélectionner l'outil ABC puis cliquer sur une zone vierge de la vue *Graphique*.
  - dans la rubrique Éditer de la boîte de dialogue Texte, inscrire : \text{La ligne brisée mesure 2};

Éditer
La ligne brisée mesure 2

- cocher Formule LaTeX;

- cocher Formule LaTeX;

- valider en cliquant sur le bo

- valider en cliquant sur le bouton OK.

7 Te	te			×
Édit	er			
\tex	{La ligne b	risée m	esure 2}	
V F	ormule LaT	eX 🗸	Symboles	✓ Objets ✓
Π				
Ape	çu			
La	ligne bris	ée me	sure 2	
6	Aide		ок	Annuler

#### **4** Le curseur

• En utilisant l'outil  $\begin{vmatrix} a=2\\ \bullet \end{vmatrix}$ , construire un curseur nommé *n*, entier compris entre 1 et 100.

Curseur	×			
<ul> <li>Nombre</li> <li>Angle</li> <li>Entier</li> </ul>	Nom n			
Intervalle Curseur Animation				
min: 1 max 100 Incrément: 1				
	Annuler			

# • La ligne brisée

Les coordonnées des sommets de la ligne brisée situés sur la diagonale du carré s'expriment sous la forme  $\left(\frac{i}{n}; \frac{i}{n}\right)$  pour *i* entier, variant entre 0 et *n*. La commande **Séquence**[(i/n,i/n),i,0,n] permet d'obtenir cette liste de coordonnées. Les coordonnées des sommets qui ne sont pas sur la diagonale du carré s'expriment sous la forme  $\left(\frac{i}{n}; \frac{i+1}{n}\right)$  pour *i* entier, variant entre 0 et *n* – 1. La commande **Séquence**[(i/n, i/n), i, 0, n] permet d'obtenir cette autre liste de coordonnées.

mande Séquence [ (i/n, (i+1)/n), i, 0, n-1] permet d'obtenir cette autre liste de coordonnées.

En unissant et en triant ces deux listes, nous obtiendrons une liste de points ayant pour coordonnées les sommets de la ligne brisée.

• Dans le champ de saisie, inscrire :

Sommets=Trier[Union[Séquence[(i/n,i/n),i,0,n],Séquence[(i/n,(i+1)/n),i,0,n-1]]]

Saisie: Escalier=LigneBrisée[Sommets]

- Pour créer la ligne brisée, inscrire dans le champ de saisie : Escalier=LigneBrisée[Sommets].
- Cacher la liste Sommets.

## **O** Les cases à cocher

• Avec l'outil , créer deux cases à cocher et nommer diag et lignebrisée les booléens associés à ces cases.

Dans la boîte de sélection des objets à afficher/cacher, sélectionner :

- Case diag : le segment [AC], le texte «  $\sqrt{2}$  » et le texte « La diagonale mesure  $\sqrt{2}$  »;
- Case lignebrisée : la ligne brisée, le curseur et le texte « La ligne brisée mesure 2 ».
- Pour faire en sorte que le curseur reprenne sa position initiale (*n* = 1) quand on modifie l'état de la case lignebrisée, on affecte un script à cette case.
  - ouvrir le panneau des propriétés de la case lignebrisée;
  - dans l'onglet Script, onglet Par actualisation, inscrire :

SoitValeur[n,1]

– valider en cliquant sur le bouton OK.

## • Finalisation

- Colorier les différents éléments de la figure.
- Il est possible de déplacer les cases à cocher, le curseur et les objets texte (sauf le texte  $\sqrt{2}$  près de la diagonale du carré) dans la vue *Graphique 2* :
  - faire apparaître la vue **Graphique 2** : Affichage  $\blacktriangleright$  Graphique 2 ;
  - dans le panneau des propriétés des cases à cocher, du curseur et des objets texte, onglet *Avancé*, décocher *Graphique* et cocher *Graphique* 2.
- Appliquer la technique de la fiche **Rendre dynamique la légende d'une case à cocher (ou d'un bouton, ou ...)** (page 723) pour modifier dynamiquement la légende des cases à cocher.



В	asiq	ue	Couleur	Avancé	Script
[	Par Actualisation		JavaScri	pt global	
	1	SoitValeur[n,1]			

Localisation		
🔲 Graphique	🔽 Graphique 2	

Montrer la diagonale

α 🛊

◄

×



Boîte de sélection des objets à Afficher/...

 Légende:
 Montrer / Cacher la ligne b
 III

Sélectionner les objets dans la construction ou .

Appliquer Annuler

Ligne brisée escalier: Ligne brisée som

Texte texte4